Nom : Prénom : Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 2
Jeudi 19 novembre 2020 - Durée : 1h15

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

Déterminer les transformées de Laplace inverses des fonctions suivantes :

1. $F_1(p) = \dfrac{1}{(p+3)(p+1)}$
2. $F_2(p) = \dfrac{e^{-2p}}{p(p+1)}$
3. $F_3(p) = \dfrac{24}{5p^5} + \dfrac{4}{5p^3} + \dfrac{3}{5p^2} + \dfrac{1}{p}$
4. $F_4(p) = \dfrac{2}{p-\sqrt{2}}$
5. $F_5(p) = \dfrac{p+\pi}{(p+\pi)^2+\pi^2}$

Exercice 2 Soit R, C et E trois constantes données. En utilisant la transformée de Laplace, résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} RCy'(t) + y(t) = E\mathcal{U}(t) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Exercice 3

Soit f la fonction paire et périodique de période 4π définie sur $[0;2\pi]$par :

$$f(x) = \begin{cases} 2 \text{ si } x \in [0;\pi] \\ 0 \text{ si } x \in]\pi;2\pi] \end{cases}$$

1. Représenter la fonction f sur l'intervalle $[-4\pi;4\pi]$.
2. Calculer les coefficients de Fourier de f.
3. En déduire la série de Fourier de f.
4. En utilisant le théorème de Dirichlet pour une valeur de t judicieusement choisie montrer que :

$$\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} = \frac{\pi}{4}.$$

Exercice 4 Tracer les spectres d'amplitude et de phase du signal suivant :

$$f(t) = 3\cos(50\pi t) + \cos(100\pi t) - \sin(100\pi t) - \sin(200\pi t) + \frac{\sqrt{3}}{4}\cos(300\pi t) + \frac{1}{4}\sin(300\pi t)$$

Exercice 5 Q.C.M.

Pour chacune des questions suivantes, dire quelles sont les affirmations vraies et les affirmations fausses **en complétant les tableaux ci-dessous sur la feuille**. On ne demande pas de justifier.

(1 point par réponse correcte et complète, -0,5 par réponse incorrecte).

1. Les coefficients de Fourier exponentiels vérifient :

   (a) les c_n sont nuls si f est paire

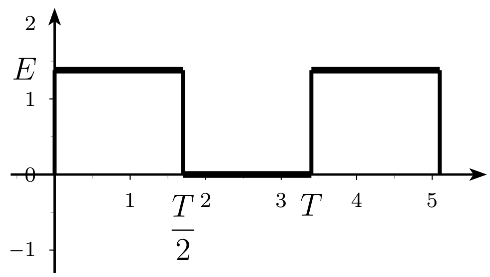
   (b) les c_n sont nuls si f est impaire

   (c) les c_n ne sont jamais tous nuls

   (d) les c_n sont nuls si et seulement f est nulle

Q1	V	F
a)		
b)		
c)		
d)		

2. Les coefficients de Fourier du signal suivant vérifient :



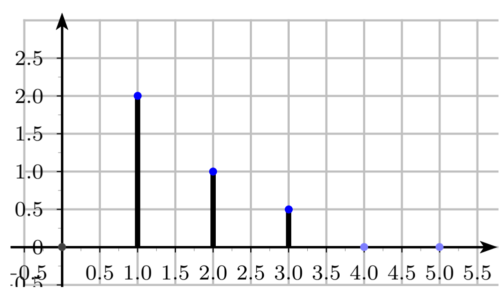
   (a) $a_0 = E$

   (b) $a_n = 0$ pour tout $n \geq 1$

   (c) $b_n = 0$ pour tout $n \geq 1$

Q2	V	F
a)		
b)		
c)		

3. Ce spectre d'amplitude tracé en fonction des pulsations :



   peut être celui de :

   (a) $f(x) = \sin(x) + \sin(2x) + \frac{1}{2}\sin(3x)$

   (b) $g(x) = 2\cos(2x) + \sin(4x) + \frac{1}{2}\cos(6x)$

   (c) $h(x) = 2\cos(x) + \cos(2x) + \sin(2x) + \frac{1}{2}\cos(3x)$

   (d) $k(x) = \cos(x) + \sin(x) + \sin(2x) + \frac{1}{2}\cos(3x)$

Q3	V	F
a)		
b)		
c)		
d)		