

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 27 septembre 2019 - Dure : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

$$1. I = \int_0^{\pi/2} \cos^2(x) \sin^2(x) dx$$

$$4. L = \int_0^1 \arctan(x) dx$$

$$2. J = \int_1^2 \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

$$5. M = \int_1^4 \frac{1 - \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$$

$$3. K = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} t^4 \tan^5(t) dt$$

$$6. N = \int_2^3 \frac{5x^2 + 21x + 22}{(x+3)(x^2 + 2x - 3)} dx$$

Exercice 2

1. Calculer les coefficients de Fourier de la fonction $f(x) = \sin(2x) - 3 \cos(3x)$.
2. Déterminer la série de Fourier de la fonction $f(x) = \cos^3(x)$.
3. On considère la fonction f impaire, 2π -périodique et vérifiant

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in]0, \pi[\\ 0 & \text{pour } x = \pi \end{cases}.$$

- (a) Tracer la fonction sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$.
- (b) Déterminer les coefficients de Fourier de f .
- (c) Pour quelles valeurs de t a-t-on $S_f(t) = f(t)$ (où S_f est la série de Fourier de f) ?
- (d) En déduire la valeur de $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$.
- (e) Tracer les 5 premières harmoniques du spectre de f .

Exercice 3

Soit f la fonction 2π -périodique définie sur $] -\pi, \pi]$ par $f(x) = \pi - |x|$.

1. Représenter la fonction f sur $[-3\pi; 3\pi]$.
2. Calculer les coefficients de Fourier de f .
3. Calculer l'énergie moyenne du signal.
4. En déduire $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4}$.