

Mathématiques - Devoir Surveillé 3

Vendredi 17 mai 2019 - Durée : 1h30

Tous documents et appareils électroniques sont interdits

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme U_0 .

1. Déterminer q et U_0 sachant que $U_3 = \frac{1}{32}$ et $U_6 = \frac{1}{2048}$.
2. Déterminer, en fonction de N , la valeur de $S_N = \sum_{k=2}^N U_k$.
3. Que vaut la limite de S_N quand N tend vers $+\infty$?

Exercice 2 Dire si les suites suivantes sont arithmétiques, géométriques ou ni l'une ni l'autre et préciser, le cas échéant, la valeur de la raison.

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. $U_n = n^3$ | 3. $U_n = \frac{5}{\sqrt{3^{4n}}}$ |
| 2. $U_n = (2n + 1)^2 - (n + 2)(1 + 4n)$ | 4. $U_n = e^{-2n}$ |

Exercice 3 Calculer les intégrales suivantes :

- | | |
|---|--|
| 1. $I = \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$ | 5. $M = \int_0^2 t^2 - 3t + 2 dt$ |
| 2. $J = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^4(x) \cos(x) dx$ | 6. $N = \int_0^\pi \frac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)} dx$ |
| 3. $K = \int_0^1 \frac{x^3 + 1}{x + 1} dx$ | 7. $P = \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx$ |
| 4. $L = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2(x) dx$ | (on pourra effectuer le changement de variable $x = \sin(u)$) |

Exercice 4 Soit $f(x) = \frac{x - 1}{(x + 1)(x^2 + 2x + 2)}$

1. Faire la D.E.S. de $f(x)$
2. Montrer qu'une primitive de $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$ est $\arctan(x + 1)$.
3. En déduire une primitive $F(x)$ de $f(x)$.

Exercice 5

1. Montrer que $\frac{x^3}{1+x^2} = x - \frac{x}{1+x^2}$
2. Déterminer une primitive de $\frac{x^3}{1+x^2}$
3. En effectuant une intégration par parties, calculer $\int_{-1}^1 x^2 \arctan(x) dx$
4. Aurait-on pu prévoir le résultat précédent ?