

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 17 février 2023 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 2x + 1$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x+1}}{e^{x^2+3}}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+3x+1}{x+2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x-2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (x+2) \ln(x)$

Exercice 2 Déterminer les valeurs de x décrites par les équations et inéquations suivantes :

1. $|x| \geq 2$

3. $|x| = -2$

2. $|x+4| < 2$

4. $|x+1| = |2x+1|$

Exercice 3 Calculer :

1. $\arcsin(-0.5)$

3. $\arctan\left(\tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

2. $\arccos\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$

4. $\arccos\left(\sin\left(\frac{23\pi}{6}\right)\right)$

Exercice 4 Soit f la fonction définie par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

1. Donner l'ensemble de définition de f .2. Déterminer la dérivée de f .3. Dresser le tableau de variation de f (avec les éventuelles limites et images de f).4. Tracer l'allure de la courbe représentative de f sur le graphique de la page suivante.5. Déterminer l'image par f de :

(a) l'intervalle $[-1, 0[$

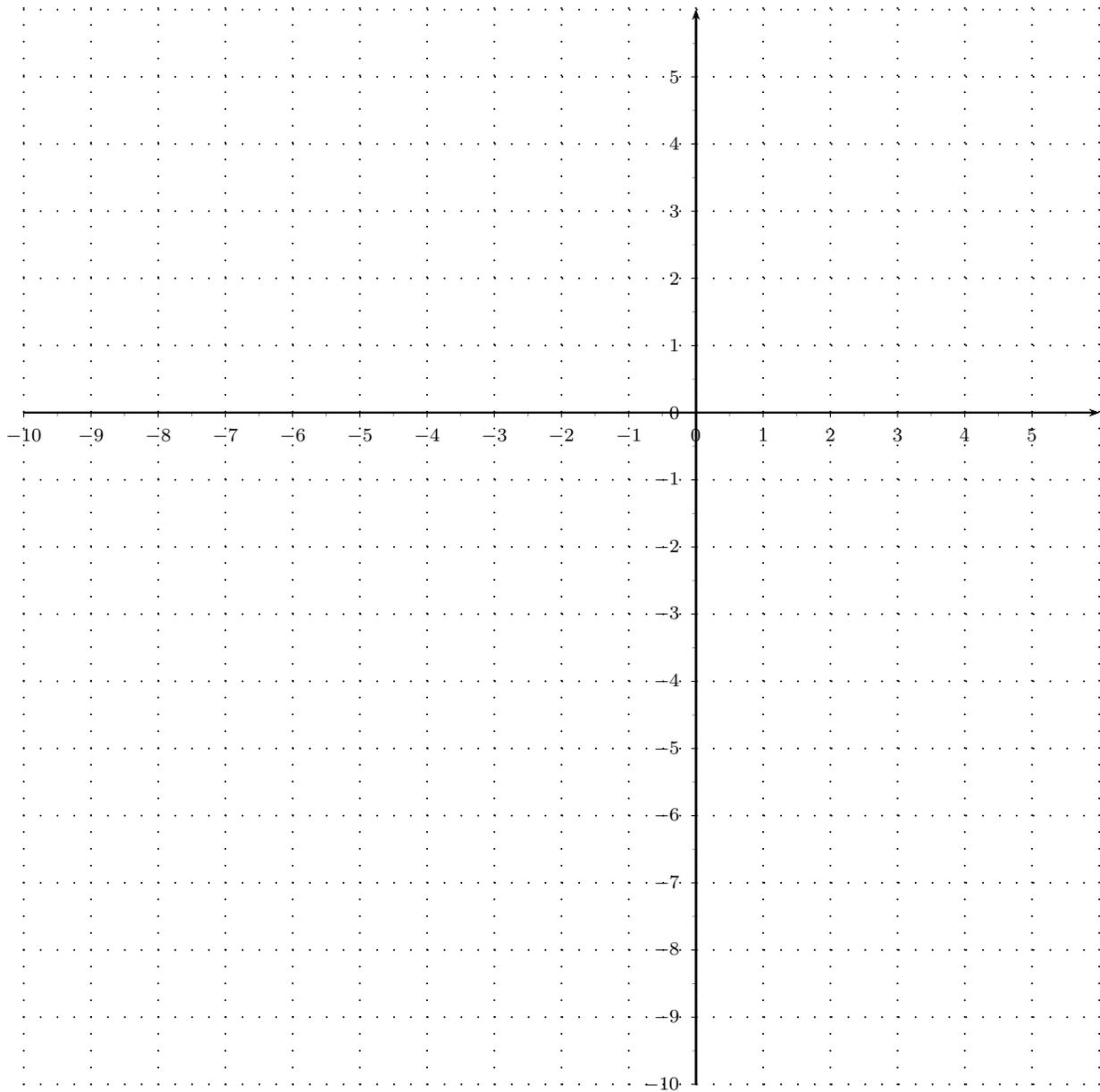
(b) l'intervalle $[1, 4[$

(c) l'intervalle $]3, +\infty[$

6. Montrer que f est une bijection de $[2, +\infty[$ dans un ensemble E que l'on déterminera.7. Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sqrt{1-x} + 2$.(a) Donner l'expression de la fonction composée $f \circ g$.

(b) Que pouvez-vous en déduire ?

(c) Tracer la courbe représentative de g sur le graphique de la page suivante.



Exercice 5 On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Les calculs suivants sont-ils possibles ? Si oui, faites le calcul !

(a) $A + B$ (b) $A \times B$ (c) $B + C$ (d) $B \times C$ (e) $2 \times B$

2. Déterminer la matrice transposée de A .

3. Déterminer la matrice D telle que :

$$D \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R}) \quad \text{et} \quad d_{i,j} = i - j$$