

Nom :
Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 10 février 2017 - Durée : 1h30

Tous documents et appareils électroniques sont interdits

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

$$(S) \begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{3}y = 6 \\ x + y - 2z = 0 \\ \sqrt{2}x + \sqrt{2}y + \sqrt{2}z = 12 \end{cases}$$

1. Ecrire le système (S) sous la forme :

$$AX = B,$$

avec $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

2. (a) Donner l'expression de tA , la transposée de A .
(b) Calculer tAA .

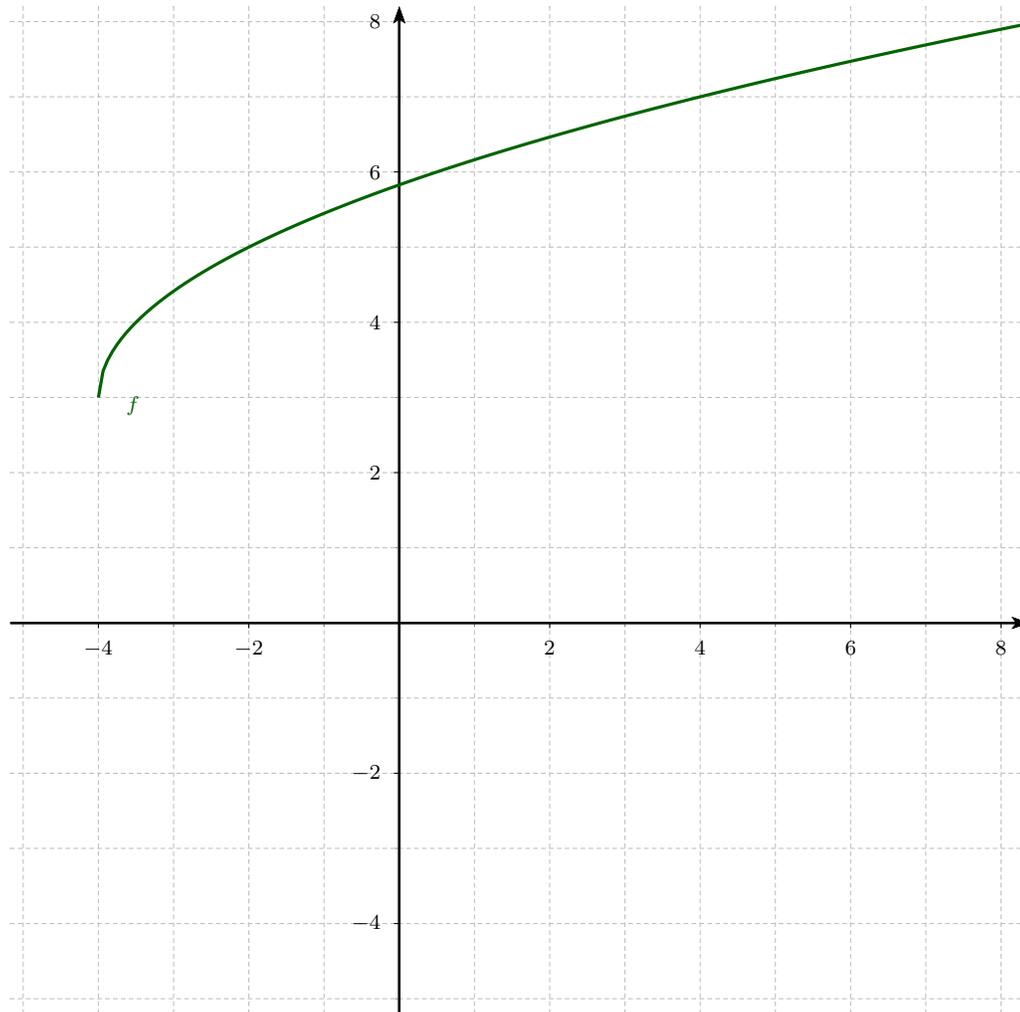
(c) En déduire que $A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 & \sqrt{2} \\ -\sqrt{3} & 1 & \sqrt{2} \\ 0 & -2 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

3. Résoudre le système (S) par la méthode de votre choix.

Exercice 2

On se place dans le plan muni du repère orthonormé (O_C, \vec{i}, \vec{j}) . On note $\vec{u} = -\frac{3}{2}\vec{j}$ et $\vec{v} = -\frac{3}{4}\vec{i}$.

1. Exprimez \vec{j} en fonction de \vec{u} et \vec{i} en fonction de \vec{v} .
2. (a) Soit A le point de coordonnées $(2, 3)$ dans le repère (O_C, \vec{i}, \vec{j}) et M_1 et M_2 deux points tel que $\overrightarrow{O_C M_1} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{O_C M_2} = \vec{v}$. Placer sur le graphique ci-dessous les point A , M_1 et M_2 .



Exercice 4 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Déterminer une fonction f telle que $f(\mathbb{R}^+) = \mathbb{R}^-$
2. Déterminer deux fonctions f et g telles que

$$f \circ g(x) = 2x + 1 \quad \text{et} \quad g \circ f(x) = 2x - 3.$$

3. Déterminer 2 matrices A et B telles que

$$A \times B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A + B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$