

Nom :

Prénom :

Groupe :

## Mathématiques - Devoir Surveillé 4

### Vendredi 21 décembre 2018 - Durée : 1h15

*Tout document et appareil électronique est interdit*

*Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.*

#### Exercice 1

Écrire sous forme algébrique et sous forme exponentielle  $z = (5 + 5\sqrt{3}i)^3$

#### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{C}$

1.  $z^2 = 3 + 4i$

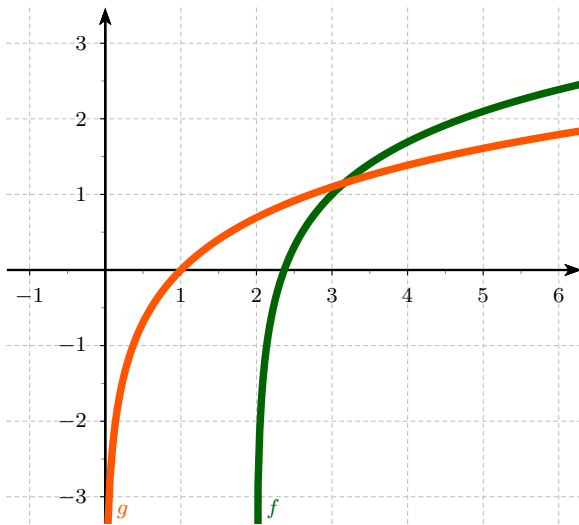
2.  $z^2 + (3i - 4)z + 1 - 7i = 0$

3.  $z^2 + 4 = 0$

#### Exercice 3

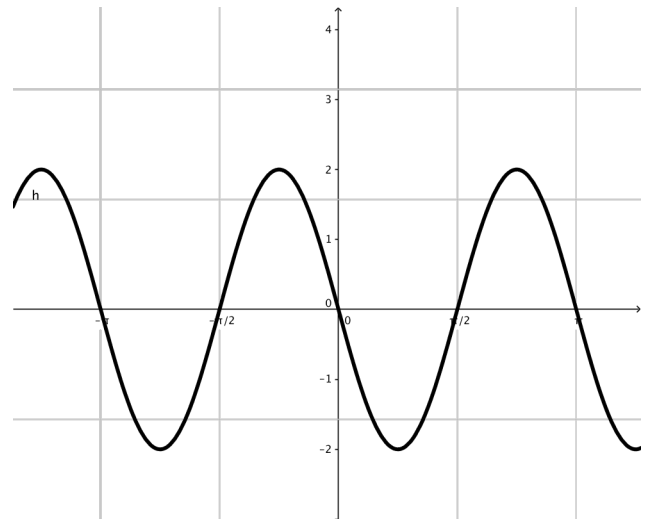
1. Déterminer les constantes  $a$  et  $b$  (justifier soigneusement votre démarche) pour que

$$g(x) = f(x + a) + b$$



2. Déterminer les constantes  $A$ ,  $B$  et  $C$  (justifier soigneusement votre démarche) pour que

$$h(x) = A \sin(Bx + C)$$



#### Exercice 4 Déterminer les limites suivantes :

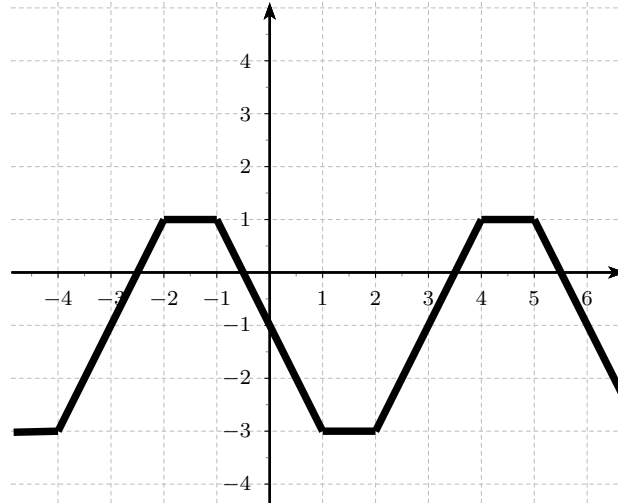
1.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 + x}$

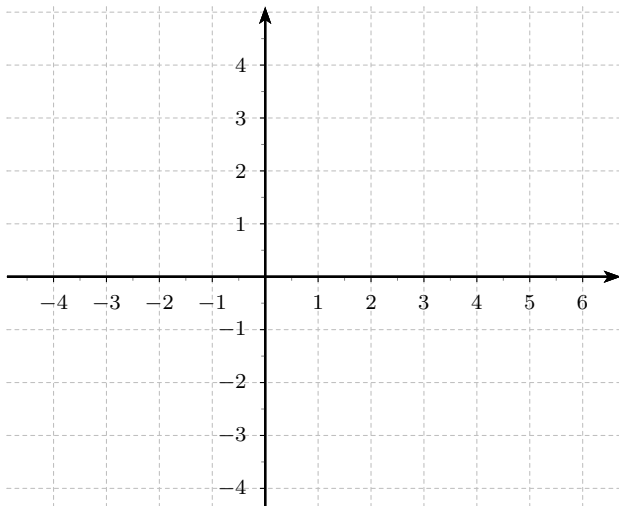
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{10} + 1)e^{-5x}$

**Exercice 5** Voici le graphe d'une fonction périodique  $f$  :

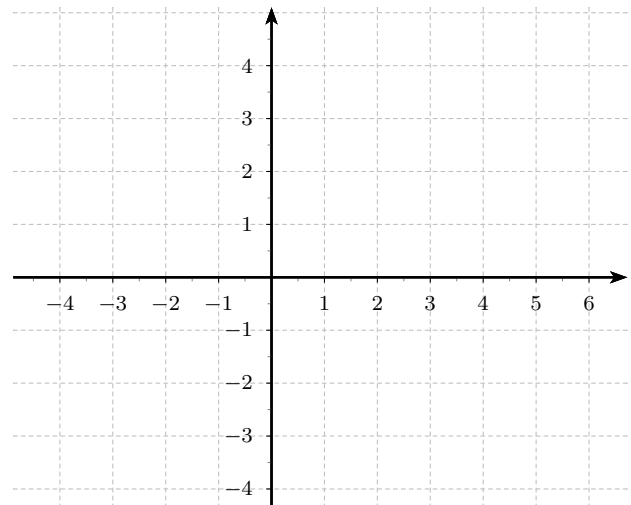


- Déterminer la parité et la période de  $f$ .
- Représenter sur le graphique ci-dessous (en justifiant votre démarche) la courbe représentative de  $h(x) = -|f(2x)|$



- Déterminer la période de la fonction  $g(x) = f(3x + 1) + f(5x)$

- (a) Déterminer  $a$  et  $b$  pour que la fonction  $p(x) = f(x + a) + b$  soit paire.

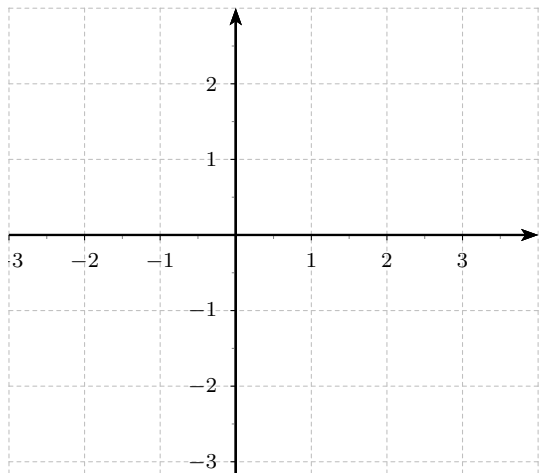


- (b) Représenter  $p$  sur le graphique ci-contre.

**Exercice 6** Les questions suivantes sont indépendantes

1. Tracer sur le graphique ci-dessous la fonction  $f$  telle que :

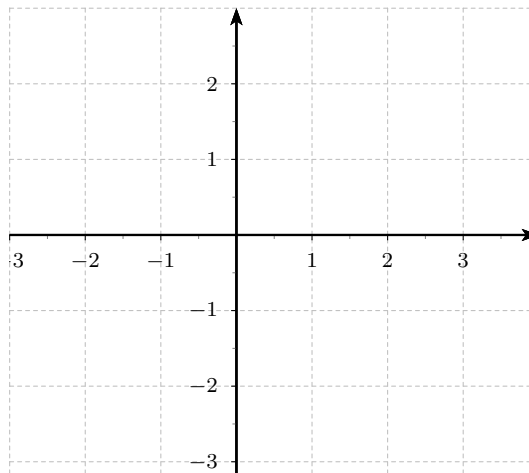
- (a)  $f(x) = 2x^2$  pour  $0 \leq x \leq 1$
- (b)  $f$  est impaire
- (c)  $f$  est périodique de période 2



- 2. La fonction  $f$  est-elle continue sur  $\mathbb{R}$  ?
- 3. La fonction  $f$  est-elle dérivable sur  $\mathbb{R}$  ?

4. Tracer sur le graphique ci-dessous la fonction  $g$  telle que :

- (a)  $g(x) = 2x^2$  pour  $0 \leq x \leq 1$
- (b)  $g$  est paire
- (c)  $g$  est périodique de période 2



- 5. La fonction  $g$  est-elle continue sur  $\mathbb{R}$  ?
- 6. La fonction  $g$  est-elle dérivable sur  $\mathbb{R}$  ?

**Exercice 7**

Soit  $f_2(x)$  la fonction définie par :

$$f_2(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \\ -\sin(x - \pi) & \text{si } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$

- (a) Représenter la fonction  $f_2$  sur le graphique ci-contre.
- (b) Graphiquement, déterminer si  $f_2(x)$  est continue sur  $[0, 2\pi]$

