

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 3

Vendredi 16 décembre 2016 - Durée : 2h00

Tous documents et appareils électroniques sont interdits

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Question du DS2 : Soit $Z_1 = \sqrt{3} - i$. Déterminer la forme algébrique de $(Z_1)^{10}$.

Exercice 1 Résoudre dans \mathbb{C}

1. $Z^2 + 2iZ - 1 = 0$

2. $Z^2 + iZ - \frac{1 + 18i}{4} = 0$

Exercice 2

1. Calculer les limites suivantes.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 2}{x + 3}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x + 1} - 3}{x - 4}$

2. Les fonctions $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ et $g(x) = \frac{1}{x^2 + x}$ sont elles équivalentes en $+\infty$?

Exercice 3 Soient les fonctions : $u(t) = \frac{1}{t + 2}$, $v(t) = \sin(t)$ et $w(t) = t^2$

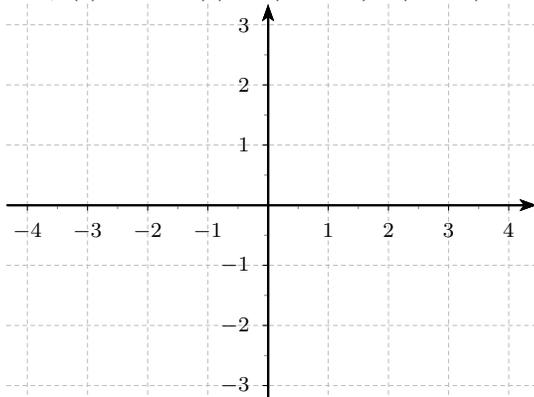
1. Déterminer $f(t) = u \circ v \circ w(t)$.

2. Quelle est la parité de la fonction f ?

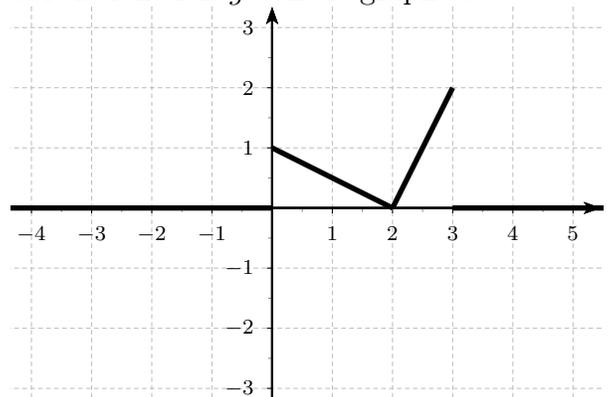
3. À l'aide des fonctions u , v et w , décomposer la fonction $g(t) = \sin\left(\frac{1}{t^2 + 2}\right)$

Exercice 4

1. Sur le graphique ci-dessous, tracer le graphe de $f(t) = 2t\mathcal{U}(t) - (2t - 1)\mathcal{U}(t - 1) - \mathcal{U}(t - 2)$.



2. Soit la fonction g dont le graphe est



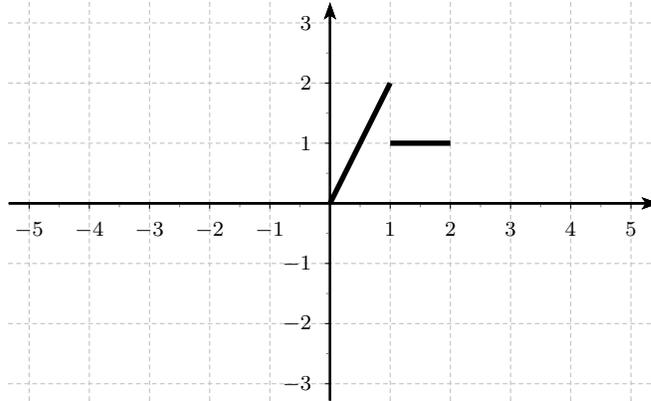
Déterminer une écriture de g avec la fonction échelon.

Exercice 5 Soit $a \in \mathbb{R}$ et soit la fonction

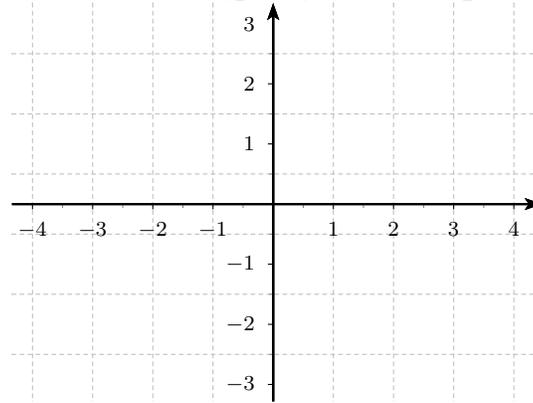
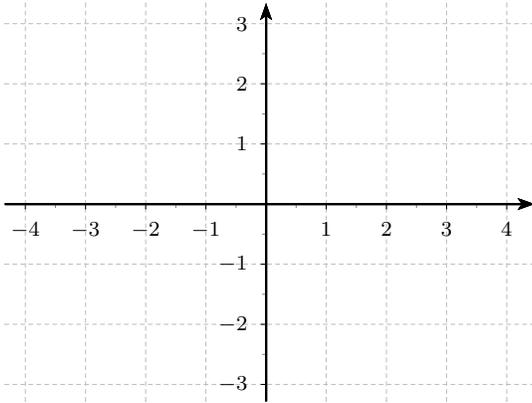
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + 2 & \text{si } x > a \\ x^2 + x + 1 & \text{si } x \leq a \end{cases}$$

- Déterminer a pour que f soit continue en a .
- Pour la valeur de a déterminée à la question 1, la fonction f est-elle dérivable en a ?

Exercice 6 Soit la fonction f impaire et 4 périodique définie sur $]0; 2[$ par



- Sur le graphique ci-dessus, tracer la courbe de f sur $] - 5; 5[$.
- Sur les graphiques ci-dessous, tracer les courbes de $g(t) = f\left(\frac{t}{2} + 1\right)$ et $h(t) = \frac{1}{2}f(t) + 1$



- Sur le graphique ci-dessous nous avons tracé la courbe de $k(t) = af(bt + c) + d$. Déterminer les valeurs de a , b , c et d .

