Nom : Prénom : Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 2
Vendredi 8 janvier 2021 - Durée : 1h

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. La fonction $f(x) = e^x \sin(x)$ est-elle solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (1) ci-dessous ?

$$y'(x)\sin(x) - y(x)\cos(x) = e^x \sin^3(x) \tag{1}$$

2. (a) Résoudre sur $]-1+\infty[$ l'équation différentielle suivante :

$$(1+x)y'(x) + y(x) = 0$$

(b) Déterminer, si elle(s) existe(nt), les solutions du système suivant :

$$\begin{cases} (1+x)y'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \ ; \ y(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Exercice 2 On considère l'équation différentielle suivante :

$$2y'(x) - 2y(x) = 2e^{3/2x} + y(x) \tag{2}$$

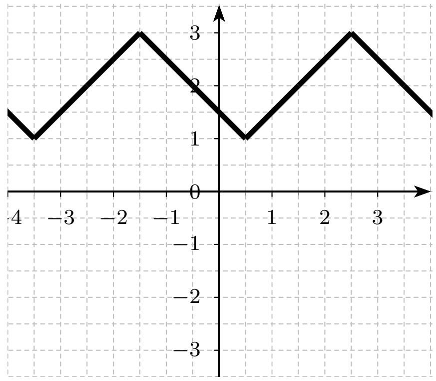
1. Déterminer le second membre ainsi que l'équation homogène associée à l'équation différentielle (2).
2. Résoudre l'équation homogène associée à l'équation différentielle (2).
3. Déterminer une solution particulière de l'équation différentielle (2).
4. Résoudre l'équation différentielle (2).

Exercice 3 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Déterminer la parité des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = \tan(\cos(x))$ (b) $g(x) = x^3 - x$

2. Soit h une fonction périodique de période 4 dont la courbe est :



Déterminer les valeurs de a et b telles que la fonction $k(t) = h(t+a)+b$ soit une fonction impaire, puis tracer la courbe de k sur le même graphique.

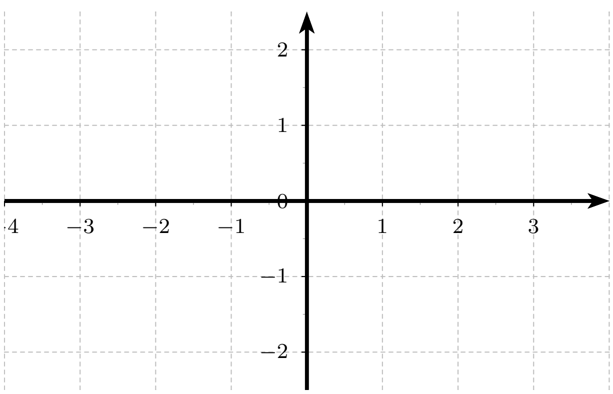
Exercice 4

1. Mettre les nombres complexes suivants sous forme algébrique **et** exponentielle :

   (a) $z_1 = \dfrac{1-i}{2+i}$ (b) $z_2 = -\sqrt{3}e^{i\pi/4}$

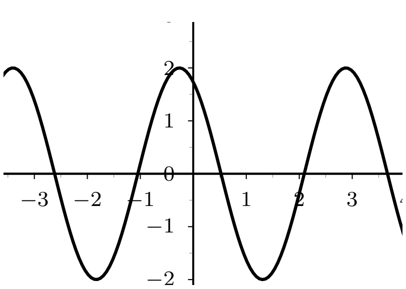
2. Placer le plus précisément possible sur le graphique ci-dessous les points d'affixes

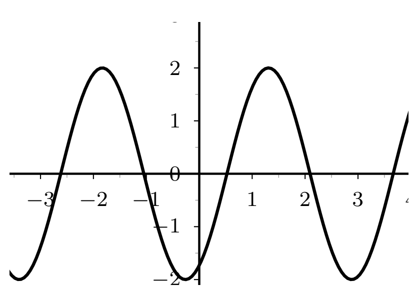
   (a) $z_1 = 2e^{3i\pi/2}$ (b) $z_2 = -3e^{i\pi}$ (c) $z_3 = 1 + i\sqrt{3}$

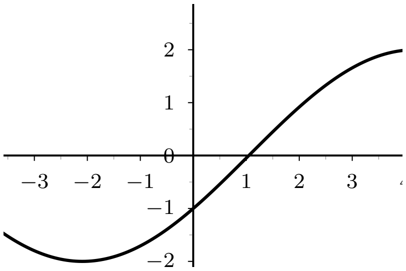


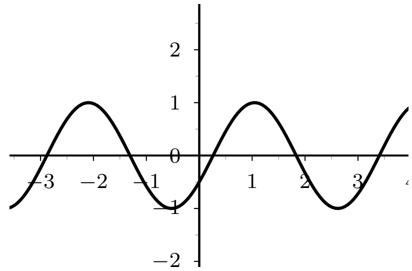
Exercice 5 Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = -\cos(2t) + \sqrt{3}\sin(2t)$.

1. Écrire f sous la forme $f(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ avec $A > 0$
2. Déterminer la périodicité et l'amplitude de la fonction f.
3. Parmi les courbes suivantes, dire celle qui est la représentation graphique de f, en justifiant.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

Exercice 6 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Linéariser l'expresssion $\cos^2(x)\sin(x)$
2. (a) Déterminer les solutions de l'équation $\delta^2 = 8 + 6i$ (On pourra chercher δ sous la forme $\delta = a + ib$).

   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $Z^2 + (1 - 3i)Z - (4 + 3i) = 0$.