

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 2

Vendredi 8 novembre 2019 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier soigneusement** les réponses.

1. $\forall t \in \mathbb{R}, \sqrt{3} \cos(\pi t) - \sin(\pi t) = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

2. $\forall t \in \mathbb{R}, \sqrt{3} \cos(\pi t) - \sin(\pi t) = 2 \sin\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$

3. $\forall t \in \mathbb{R}, \sin^2\left(\frac{t}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{t}{2}\right) = 1$

4. $\forall t \in \mathbb{R},$

$$\sum_{k=1}^2 (-1)^k \cos\left(\frac{k\pi}{2} - t\right) \times \cos\left(\frac{k\pi}{2} + t\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \cos(\pi - t) \times \cos(\pi + t)$$

Exercice 2

1. Déterminer la mesure principale des angles suivants.

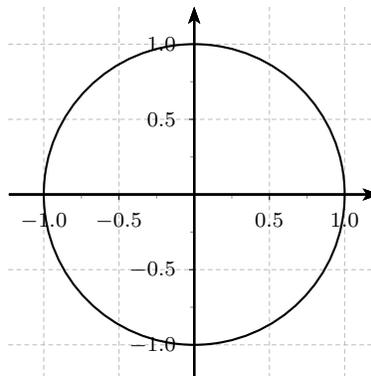
(a) $\frac{23\pi}{6}$

(b) $\frac{2019\pi}{6}$

(c) $\frac{8\pi}{3}$

(d) $\frac{33\pi}{3}$

2. Placer précisément les angles de la question précédente sur le cercle trigonométrique ci-dessous.



3. (a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

(b) Déterminer les solutions appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi]$

Exercice 3

On dispose d'un jeu de cartes dont on ne connaît pas la composition. On fait l'hypothèse suivante :
"Si une carte a une dame d'un côté, alors l'autre côté est bleu"

Quelle(s) carte(s) faut-il retourner ci-dessous pour confirmer ou infirmer cette hypothèse ? Justifier soigneusement votre réponse.

Exercice 4 Déterminer (justifier soigneusement vos réponses) :

1. $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$
2. $\arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
3. $\arctan\left(\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$
4. $\tan(\arctan(10^{-6}))$
5. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \arctan(t) + \arctan(-t)$

Exercice 5 Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses en justifiant :

1. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \neq \sqrt{3} \Rightarrow x \neq \sqrt{3}$
2. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| = \sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}$
3. $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq \sqrt{3} \Rightarrow |x| \neq \sqrt{3}$

Exercice 6

1. Déterminer une équation différentielle dont la fonction $f(x) = \cos(\pi x)$ est solution.
2. La fonction $f(x) = -\frac{5}{3}x - \frac{20}{9}$ est-elle solution de l'équation différentielle ci-dessous ?

$$4y' - 3y = 5x$$

3. La fonction $f(x) = \ln(1+x)e^{-x}$ est-elle solution de l'équation différentielle ci-dessous ?

$$y' + y = \frac{1}{e^x + 1}$$

4. On considère le système suivant :

$$(*) \begin{cases} 4y' - 2y - 1 = 5t + y - 1 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- (a) Quel est le second membre dans le système (*) ?
- (b) Quelle est l'équation homogène associée au système (*) ?
- (c) Résoudre le système (*).