

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 2

Vendredi 19 octobre 2018 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

- Donner la mesure principale des angles suivants : (a) $\frac{116\pi}{6}$ (b) $\frac{2018\pi}{3}$
- Écrire la condition suivante en utilisant une valeur absolue : $-2 < x < 3$

Exercice 2 Les questions suivantes sont indépendantes.

- On considère le système :

$$(1) \begin{cases} 2y'(t) - y(t) = 3t + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

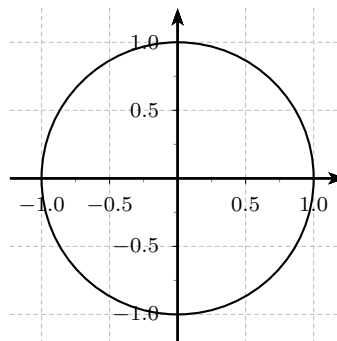
- Écrire puis résoudre l'équation homogène associée à l'équation différentielle du système (1).
 - Déterminer la ou les solutions du système (1).
- Déterminer une équation différentielle vérifiée par la fonction $f(x) = \frac{x}{x+1}$
 - La fonction $g(x) = 1 + e^x$ est-elle solution du système suivant :

$$(2) \begin{cases} \frac{e^x}{e^x + 1} y(x) - y'(x) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Exercice 3 Les questions suivantes sont indépendantes.

- On considère la fonction $f(x) = \sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{2}\right)$
 - Mettre f sous la forme $A \sin\left(\frac{x}{2} + \varphi\right)$ avec $A > 0$.
 - Résoudre l'équation $f(x) = \sqrt{2}$. Donner les solutions sur \mathbb{R} puis les solutions appartenant à l'intervalle $[-5\pi; \pi]$
- (a) Représenter le plus précisément possible, sur le cercle trigonométrique ci-dessous, les solutions

$$\text{du système : } \begin{cases} \cos(x) < \frac{\sqrt{3}}{2} \\ |\sin(x)| \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

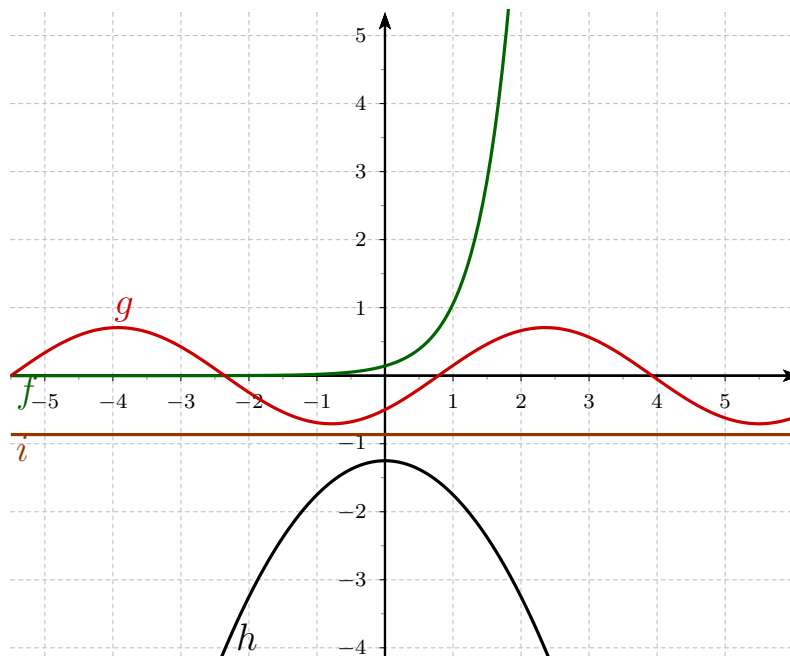


- (b) Donner sous forme d'intervalle les solutions appartenant à $[0, 2\pi]$.
3. Montrer que $\cos(x + \pi) - \cos(x + \pi/2) - \cos(x - \pi) = \sin(x)$.
4. (a) Montrer que $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1$
- (b) Donner la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 4 On considère les équations différentielles suivantes :

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1. $y'(t) - 5y(t) = 2t^2 - t + 5 - y(t)$ | 3. $y'(t) - e = \pi y(t)$ |
| 2. $\frac{du}{dt}(t) - u(t) = \cos(t)$ | 4. $-2y'(x) + 3y(x) = e^{2x}$ |

On a représenté sur le graphique ci-dessous une solution particulière pour chacune des équations différentielles 1. 2. 3. et 4. ci-dessus.



Recopiez sur votre copie en complétant (et en justifiant !!)

- La courbe f est une solution particulière de l'équation différentielle
car
- La courbe g est une solution particulière de l'équation différentielle
car
- La courbe h est une solution particulière de l'équation différentielle
car
- La courbe i est une solution particulière de l'équation différentielle
car