

Nom :

Prénom :

Groupe :

## Mathématiques - Devoir Surveillé 1

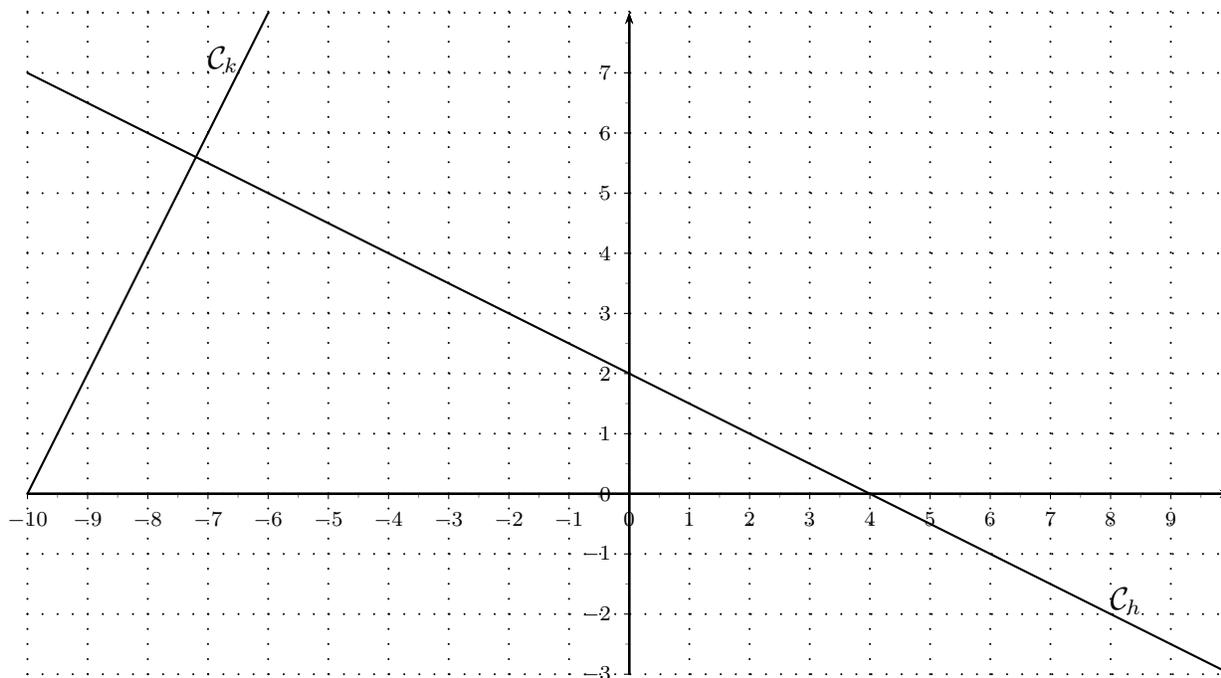
### Vendredi 30 septembre 2022 - Durée : 1h30

*Tout document et appareil électronique est interdit*

*Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.*

#### Exercice 1

1. Tracer, sur le graphique ci-dessous, les droites représentatives des fonctions suivantes :
  - (a)  $f(x) = -\frac{x}{5} + 1$  **en expliquant votre démarche**
  - (b)  $g(x) = 3x - 2$  **sans justifier**
2. Donner les équations de chacune des droites suivantes ( $\mathcal{C}_h$  et  $\mathcal{C}_k$ ) **en expliquant votre démarche.**



#### Exercice 2 Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- |  |                                 |
|--|---------------------------------|
| 1. $f_1(t) = 2t^5 + 3t^4 - 4t^3 - 5t^2 + 6t + 7$ | 4. $f_5(t) = \frac{t^2+3}{t+3}$ |
| 2. $f_2(t) = \cos(t) \sin(t)$                    | 5. $f_7(t) = \ln(2t + 5)$       |
| 3. $f_4(t) = \frac{1}{(3t+2)^4}$                 | 6. $f_8(t) = e^{\frac{t}{2}}$   |

**Exercice 3** Les questions suivantes sont indépendantes :

1. Ecrire  $A = \frac{2022}{9}$  sous la forme  $E + \frac{P}{Q}$  où  $E$  est un nombre entier et  $\frac{P}{Q}$  est une fraction irréductible avec  $P < Q$ .
2. Simplifier les écritures :
  - (a)  $B = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{27}}{\sqrt{12}}$
  - (b)  $C = \frac{16^4 + 8^3}{4^5}$
3. On considère l'expression  $\frac{\frac{\alpha+\beta}{a+\frac{1}{b}}}{\frac{1}{a+\frac{1}{b}}} = \gamma$ . Déterminer  $b$  en fonction de  $a$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ .

**Exercice 4** Les questions suivantes sont indépendantes :

1. Compléter (**sans justifier**) les pointillés par le connecteur logique qui convient :  $\Leftrightarrow$ ,  $\Rightarrow$  ou  $\Leftarrow$ .
  - (a) Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^3 = 8 \dots\dots x = 2$
  - (b) Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^4 = 16 \dots\dots x = 2$
  - (c) Soit  $N$  un entier. “ $N$  n’est pas un multiple de 3”  $\dots\dots$  “ $N^2$  n’est pas un multiple de 3”
2. Répondre par **Vrai ou Faux en justifiant** (toute réponse non justifiée ne rapporte rien).
  - (a)  $\forall x \in \mathbb{R}^*$ ,  $\frac{2 - \frac{1}{x^2}}{2 + \frac{1}{x^2}} = -1$
  - (b)  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ ,  $\frac{4x^2 - 1}{2x - 1} = 2x + 1$
  - (c)  $\exists x \in \mathbb{R}$  tel que  $x^2 + 2x + 1 = 0$

**Exercice 5**

1. Développer et **calculer** chacune des sommes suivantes :

(a)

$$S_1 = \sum_{k=0}^9 3k + 1$$

(b)

$$S_2 = \sum_{n=1}^{10} 2$$

2. Ecrire les sommes suivantes en utilisant un signe  $\Sigma$  :

(a)  $S_3 = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 27$

(b)  $S_4 = \frac{5}{7} + \frac{7}{9} + \frac{9}{11} + \dots + \frac{15}{17}$

**Exercice 6** Les questions suivantes sont indépendantes :

1. La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = 3 \cos(2t)$  est-elle solution de l'équation différentielle  $-\cos(2t)y'(t) + 2 \sin(2t)y(t) = 0$  ?
2. Résoudre les équations suivantes :
  - (a)  $RC \frac{du}{dt}(t) = 1$  où  $R$  et  $C$  sont des constantes
  - (b)  $\begin{cases} 3y'(t) - 2y(t) = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases}$