

Nom :
Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 7 octobre Septembre 2016 - Durée : 1h30

Tous documents et appareils électroniques sont interdits

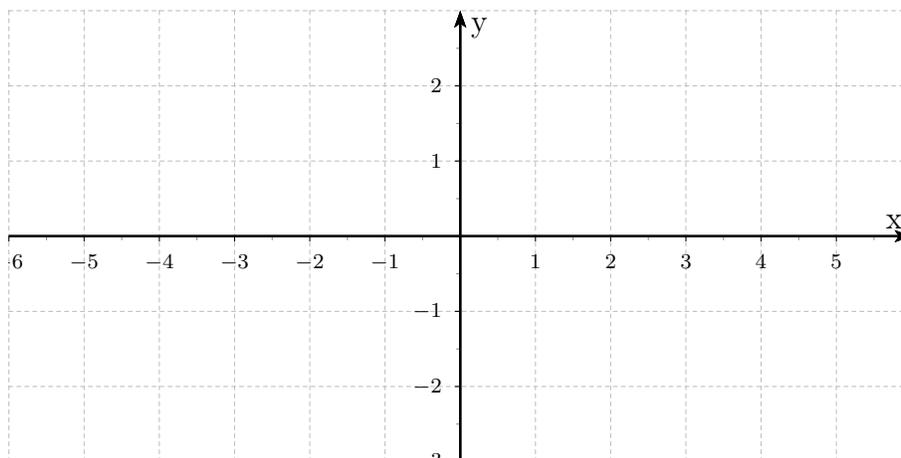
Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}.$$

On note \mathcal{C} la courbe de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Justifier l'ensemble de définition de la fonction f .
2. (a) Calculer $f'(x)$.
(b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
(b) En déduire les asymptotes à la courbe \mathcal{C} en $+\infty$ et $-\infty$.
4. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
5. Construire sur le graphique ci-dessous la courbe \mathcal{C} ainsi que la tangente (T) et les asymptotes en $+\infty$ et $-\infty$.

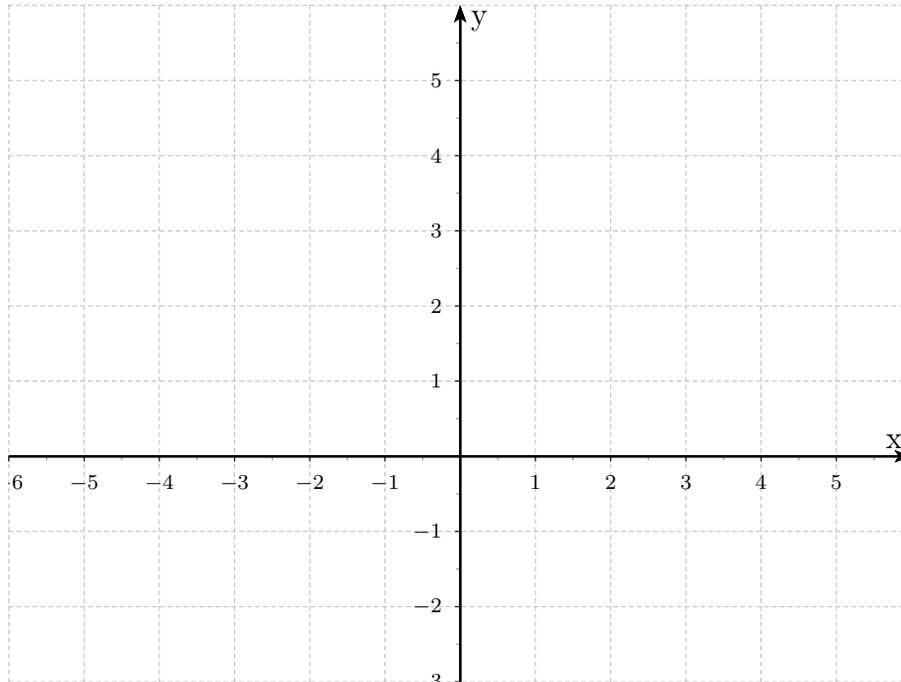


Exercice 2 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

(a) $|3 - 2x| = 4$, (b) $|x + 1| = -1$, (c) $|x + 1| \leq \frac{1}{2}$, (d) $|x| > 3$.

2. Représenter sur le graphique ci-dessous la fonction $f(x) = |x + 1| + |1 - 2x|$. Justifier votre réponse.

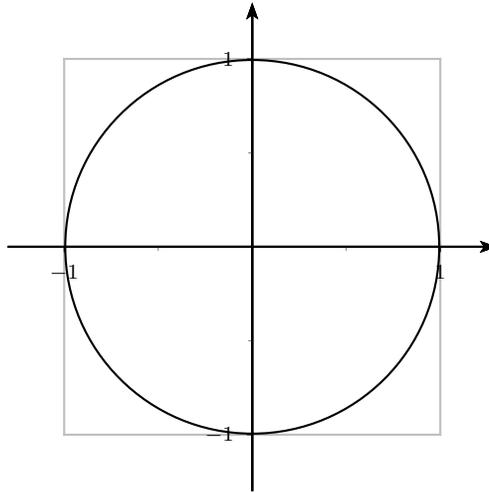


Exercice 3

1. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Rappeler la formule de $\cos(a + b)$.
2. Montrer que $\cos(x) + \cos(3x) = 2 \cos(2x) \cos(x)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) = 0$.

Exercice 4

1. Mettre $\sin(2t) + \cos(2t)$ sous la forme $A \sin(2t + \varphi)$, avec $A > 0$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sin(2t) + \cos(2t) = 1$.
3. Donner les solutions de l'équation précédente appartenant à l'intervalle $[-\pi, \pi]$ puis les représenter soigneusement sur le cercle trigonométrique suivant :



Exercice 5 On considère une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Traduire en français les phrases mathématiques suivantes (répondre sur le sujet) :

(a) $\exists A \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq A,$

(b) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, f(x) \leq A,$

(c) $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) < A.$

2. Donner la négation des assertions suivantes (répondre sur le sujet) :

(a) $\exists A \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq A,$

(b) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, f(x) \leq A,$

(c) $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) < A.$

3. Relier les deux colonnes du tableau suivant (répondre sur le sujet) :

$\exists A \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq A.$ • • f n'est pas minorée.

$\forall x \in \mathbb{R}, \exists A \in \mathbb{R}, f(x) \leq A.$ • • f est majorée.

$\forall A \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) < A.$ • • Aucune condition n'est imposée à la fonction f .

4. Donner dans chacun des cas de la question 1. (a), (b) et (c) un exemple de fonction vérifiant la propriété.