

# Rapport de Stage de L3

## Étude de la Dynamique d'un Système Binaire de Trans-Neptuniens

Victor Lanvin

Encadré par Nicolas Rambaux

Équipe ASD, IMCCE — Observatoire de Paris

### 1 Informations Générales

**Le laboratoire.** Ce stage de 5 semaines s'est déroulé sous la direction de Nicolas Rambaux à l'IMCCE (Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides), institut situé à l'Observatoire de Paris. Depuis 1998, ce laboratoire a remplacé le Service des Calculs et de Mécanique Céleste du Bureau des Longitudes. Depuis, l'IMCCE et le Bureau des Longitudes concourent à l'élaboration des éphémérides nationales.

L'IMCCE est composé de 3 équipes : "Astronomie et Systèmes Dynamiques" (ASD), "Astéroïdes, Comètes, Météores et Éphémérides" (ACME) et Pégase qui travaille sur la planétologie dynamique et les environnements planétaires. Ces équipes regroupent 33 membres en postes permanents ainsi qu'environ 20 étudiants, stagiaires et invités étrangers. Ces équipes travaillent en général sur des thèmes différents, mais toujours liés à la mécanique céleste dans le système solaire ou les systèmes extrasolaires, et collaborent étroitement sur les thèmes transversaux.

L'activité principale de l'IMCCE est l'élaboration et la diffusion d'éphémérides. Ainsi, l'institut propose des ouvrages périodiques et de multiples publications regroupant divers types d'éphémérides ainsi que des rapports scientifiques et techniques portant sur l'élaboration des éphémérides. Outre ces publications, l'IMCCE est aussi un service officiel chargé de réaliser des calculs astronomiques destinés à divers organismes administratifs (tribunaux, assurances, architectes, ...). L'IMCCE propose aussi des outils pour le grand public tel qu'un service de renseignements et un serveur d'éphémérides interactif [2] sur Internet permettant à quiconque le souhaite d'obtenir la position et les paramètres physiques des astres du système solaire. Ce serveur a été par ailleurs très utilisé lors de ce stage puisqu'il a permis notamment d'établir les conditions initiales des systèmes étudiés.

Au delà de l'établissement et de la publication des éphémérides, l'IMCCE est aussi impliqué dans la recherche spatiale, puisqu'il est intervenu dans plusieurs missions comme Hipparcos ou ISO, et plus récemment Rosetta et Gaia. Ainsi, l'institut propose des postes post-doctoraux ainsi que des thèses en co-tutelle dans diverses agences spatiales publiques ou privées.

Pour finir, l'IMCCE a aussi un rôle d'enseignement et de formation, puisque ses chercheurs donnent des cours dans le cadre du Master de l'Observatoire de Paris, ainsi que dans plusieurs universités (Paris 6, Paris 7, Paris 11, Lille 1) sur des thèmes proches de ceux de l'institut. L'IMCCE ainsi que l'IAP (Institut d'Astrophysique de Paris) proposent de plus de nombreux séminaires et conférences permettant notamment aux stagiaires de découvrir de nombreux domaines, comme ce fut le cas durant ce stage.

**L'équipe.** Ce stage a eu lieu plus particulièrement dans l'équipe ASD de l'IMCCE, dont le responsable d'équipe est Jacques Féjoz. Cette équipe est constituée dans le but de réunir dans un même lieu des théoriciens des systèmes dynamiques et des praticiens de la mécanique céleste et du calcul formel. Elle rassemble ainsi astronomes et mathématiciens, et dépend des sections 01 (mathématiques) et 14 (astronomie) du CNRS.

L'équipe fonctionne grâce aux appels d'offres à l'Observatoire de Paris, au programme national de Planétologie et à des demandes auprès de l'ANR et des ERC. De plus, les trois équipes de l'IMCCE travaillent sur des sujets très connexes, ce qui permet une répartition des financements entre celles-ci. L'équipe rédige de plus en ce moment le document de l'HCERES, preuve d'une forte implication dans la recherche.

L'activité de l'équipe se répartit selon trois grands axes, qui sont (i) le développement d'outils théoriques et numériques adaptés à l'étude de systèmes dynamiques, (ii) l'application directe de ces outils à des problèmes d'astronomie et (iii) le traitement de problèmes théoriques de mécanique céleste. L'organisation de l'équipe et la collaboration d'astronomes avec des mathématiciens permet l'étude efficace de problèmes complexes tant du point de vue mathématique que physique.

Toutes ces collaborations tant au sein de l'IMCCE que de l'équipe ASD ont permis l'utilisation et la mise en relation de domaines très différents mais complémentaires durant ce stage. Ainsi, il a été possible d'utiliser un système théorique issu de la mécanique quantique, et d'utiliser des valeurs issues de l'exploitation de données expérimentales (observations par télescope) ou issues de considérations géophysiques.

## 2 Sujet du Stage

**Contexte.** A la date d'écriture de ce rapport (Juin 2017), plus de 1500 objets trans-Neptuniens (TNO) sont référencés par l'Union Astronomique Internationale (IAU) [1]. Ces objets sont des *planètes mineures* (ou *planétoïdes*) appartenant au système solaire et situées dans une région variant de 30 à 55 UA, c'est à dire à une distance moyenne plus grande que Neptune. Le premier d'entre eux, Pluton, a été découvert en 1930, et le second en 1992. Depuis, le rythme de détection s'est accéléré et plusieurs dizaines sont découverts chaque année.

Ces corps glacés étant des restes de la formation du système solaire, leur étude est primordiale pour comprendre le système solaire et les mécanismes de sa formation. Il existe plusieurs méthodes permettant d'étudier la forme et la dynamique des astéroïdes : observations directes, radar, ou par occultation des astres lointains [10]. Ces méthodes permettent de déduire plus ou moins précisément les paramètres orbitaux des astéroïdes et des objets trans-Neptuniens, ainsi que des informations sur leur rotation et leur forme. Ce dernier paramètre est lié à la composition de ces corps. En effet, les objets trans-Neptuniens ont en général une vitesse de rotation élevée (avec une période moyenne de l'ordre de 8 heures), ce qui provoque un aplatissement de ces derniers aux pôles par force centrifuge. Cet aplatissement est d'autant plus fort que l'objet est peu dense, et dépend donc de la constitution et de la distribution de masse à l'intérieur du corps considéré.

Lorsqu'on s'intéresse au potentiel gravitationnel produit par un corps non sphérique, il est possible de développer ce potentiel en utilisant les harmoniques sphériques [11]. Ainsi, le potentiel usuel produit par un corps parfaitement sphérique de masse  $M$  ( $V(r) = \frac{GM}{r}$ ) correspond à l'harmonique sphérique  $Y_{0,0}$ , tandis qu'un sphéroïde aplati aux pôles produira en plus un potentiel dépendant des harmoniques paires  $Y_{2n,0}$ . Pour un corps possédant un fort moment cinétique, la figure d'équilibre (ie. la forme de la surface externe du corps) peut devenir triaxiale —suivant un ellipsoïde de Jacobi— et le potentiel pourra dans ce cas dépendre des harmoniques impaires [13].

Grâce à cette décomposition du potentiel en harmoniques sphériques, on peut étudier et simuler de manière efficace les interactions gravitationnelles entre  $N$  corps non sphériques, et notamment étudier l'influence qu'à l'aplatissement des corps sur leurs orbites. Si cette influence est suffisamment grande, il est alors possible de remonter à la forme et à la constitution des corps en n'observant que les perturbations de leur orbite. Cela est fondamental car il est bien plus simple d'obtenir les paramètres orbitaux d'un corps éloigné (en étudiant par exemple l'occultation d'une étoile lointaine) que sa constitution ou sa figure d'équilibre, qui nécessiteraient l'envoi de missions coûteuses. L'usage de méthodes indirectes telle que celle-ci est alors préférable.

**Objectifs.** Les objectifs du stage sont multiples. Dans un premier temps, il s'agira de développer un code de simulation du problème à  $N$  corps non sphériques, visant à être exploité par l'IMCCE. Ce code devra être fiable, performant et suffisamment simple d'utilisation (et à comprendre) pour pouvoir être récupéré et amélioré par l'équipe d'accueil. Bien entendu, il n'est pas question de produire immédiatement un programme de simulation complet. Le développement devra être incrémental, partant d'un problème à  $N$  corps ponctuels qui sera ensuite progressivement amélioré. Une attention toute particulière sera portée aux tests, qui permettront de s'assurer que le code fournit des résultats cohérents physiquement (aux erreurs numériques près). Il s'agira donc de concevoir et d'exploiter des données de test permettant de vérifier tous les points du code. On pourra éventuellement comparer le programme à certains programmes existants, ou même aux éphémérides produites par l'IMCCE [9].

Dans un second temps, il s'agira d'utiliser le code produit pour simuler des systèmes binaires d'objets trans-Neptuniens. On cherchera notamment à faire varier les conditions initiales de distribution de masse et de densité (on fera donc varier l'aplatissement des corps étudiés) afin d'en étudier l'influence sur l'orbite des objets considérés. On en déduira alors la présence —ou non— d'une signature détectable par les méthodes actuelles permettant de nous fournir des indices quant à la composition des corps trans-Neptuniens. Plus particulièrement, on s'intéressera au système Quaoar-Weywot pour lequel il existe quelques observations [7]. La signature devra évidemment être comparée aux incertitudes des mesures actuelles des paramètres orbitaux de Quaoar et de Weywot. De plus, certaines mesures étant très imprécises (voire absentes, comme c'est le cas pour l'obliquité de Weywot), on pourra regarder l'influence qu'ont ces paramètres sur les éventuelles signatures recherchées.

En fonction du temps restant —ou dans la poursuite des travaux effectués pendant le stage— on pourra s'intéresser à d'autres systèmes plus complexes comme Pluton et ses lunes, et il serait aussi intéressant d'étudier l'influence des planètes proches (comme Neptune) sur les astéroïdes trans-Neptuniens. On pourra aussi améliorer le code de simulation, pour y intégrer les effets de marées entre deux corps (qui se traduisent par une variation de l'aplatissement des corps et la création d'un *bulbe de marée*), ou pour ajouter l'influence du couple exercé par un objet sur un corps non ponctuel (cela ajouterait une variation de la vitesse de rotation des corps). Cependant, dans un premier temps et dans un souci de simplicité, on se contentera de fixer la vitesse et l'axe de rotation de chacun des corps.

Une fois les effets de marées implémentés, il serait intéressant de comparer les résultats obtenus par simulation aux résultats présentés dans [7]. En particulier, il est ici supposé que Weywot est en rotation synchrone

autour de Quaoar, le *verrouillage gravitationnel* s'étant hypothétiquement produit sur des durées bien plus courtes que l'âge du système solaire. Il serait donc intéressant de vérifier cette hypothèse de travail si l'on dispose d'une simulation prenant en compte les effets de marées.

**Travaux existants.** Comme souvent en physique, le problème étudié n'a pas de solution analytique. Ainsi, il nous faut recourir à des méthodes d'intégration numérique permettant d'obtenir une solution approchée. Concernant les méthodes d'intégration, il existe déjà de nombreuses méthodes dans la littérature, chacune avec ses avantages et inconvénients. Nous avons ainsi opté pour la méthode de Bulirsch-Stoer à pas adaptatif [12], qui a l'avantage d'être très précise pour un coût assez faible, contrairement à d'autres méthodes comme celle de Runge-Kutta qui nécessite un ordre élevé (et donc plus coûteux) pour être précises. Nous avons récupéré un code déjà existant, ce qui constitue en fait la seule base de code non produite pendant ce stage.

Concernant le problème à N corps, le cas ponctuel est classique et ne pose que peu de difficultés. On tâchera tout de même de s'assurer que son implémentation est correcte. Le cas non ponctuel (et non sphérique), en revanche, est plus complexe, et il existe plusieurs méthodes pour aborder ce problème. Nous avons décidé d'adopter une méthode développée par un chercheur de l'équipe où s'est déroulé le stage (équipe ASD), présentée dans [3]. Cette méthode est basée sur l'utilisation des opérateurs usuels de mécanique quantique (tels que l'opérateur gradient  $\hat{\mathcal{P}}$  ou l'opérateur moment cinétique  $\hat{\mathcal{L}}$ ) qui permettent de manipuler aisément les harmoniques sphériques [14]. Cette méthode a déjà fait l'objet d'une implémentation, mais celle-ci ne propose qu'une simulation de systèmes à deux corps, telle que présentée dans l'article. Nous adapterons donc le formalisme pour permettre l'intégration de N corps, et il faudra notamment effectuer les changements de référentiel nécessaires.

Pour tester notre implémentation, nous nous baserons sur les éphémérides développées à l'IMCCE à l'Observatoire de Paris [9], ainsi que sur des connaissances générales en mécanique orbitale et concernant la dynamique du système solaire [11]. Concernant l'influence de l'aplatissement des corps sur leurs orbites et concernant les systèmes d'astéroïdes, il existe aussi beaucoup de littérature, comme [5]. On pourra donc se servir de ces données comme source de comparaisons ou comme données initiales pour nos simulations

### 3 Travail Réalisé

**Principe.** La première partie consistait à comprendre le formalisme présenté par [3] pour le problème à deux corps, et à l'adapter pour le problème à N corps. Ce

formalisme repose sur le fait que le potentiel gravitationnel lié à l'interaction entre deux corps non ponctuels  $A$  et  $B$  peut se développer en harmoniques sphériques, comme présenté par [8], de la façon suivante dans le référentiel fixé<sup>1</sup> sur  $A$  :

$$U_{AB} = -GM_A M_B \times \sum_{l_1=0}^{\infty} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} \sum_{l_2=0}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} R_A^{l_1} R_B^{l_2} Z_{l_1, m_1}^A Z_{l_2, m_2}^B \times (-1)^{l_2} \gamma_{l_2, m_2}^{l_1, m_1} \frac{Y_{l_1+l_2, m_1+m_2}(\mathbf{r})}{r^{l_1+l_2+1}}$$

Où  $M_*$  et  $R_*$  sont les masses et rayons des corps considérés, et les coefficients  $\gamma$  sont des coefficients de normalisation dépendant de la convention choisie pour les harmoniques sphériques. La partie intéressante vient des coefficients  $Z_{l, m}^*$  appelés coefficients de Stokes. Ces valeurs (complexes) correspondent à l'aplatissement des corps. Dans le cas d'un corps parfaitement sphérique, on aura  $Z_{0,0} = 1$  et  $Z_{l, m} = 0$  si  $l \neq 0$ . On retrouve alors la formule bien connue du potentiel lié à l'interaction entre deux corps ponctuels  $U_{AB} = -\frac{GM_A M_B}{r}$ . Dans le cas d'un corps sphérique aplati aux pôles, seuls les coefficients  $Z_{2l,0}$  sont non nuls, ce qui correspond aux harmoniques paires.

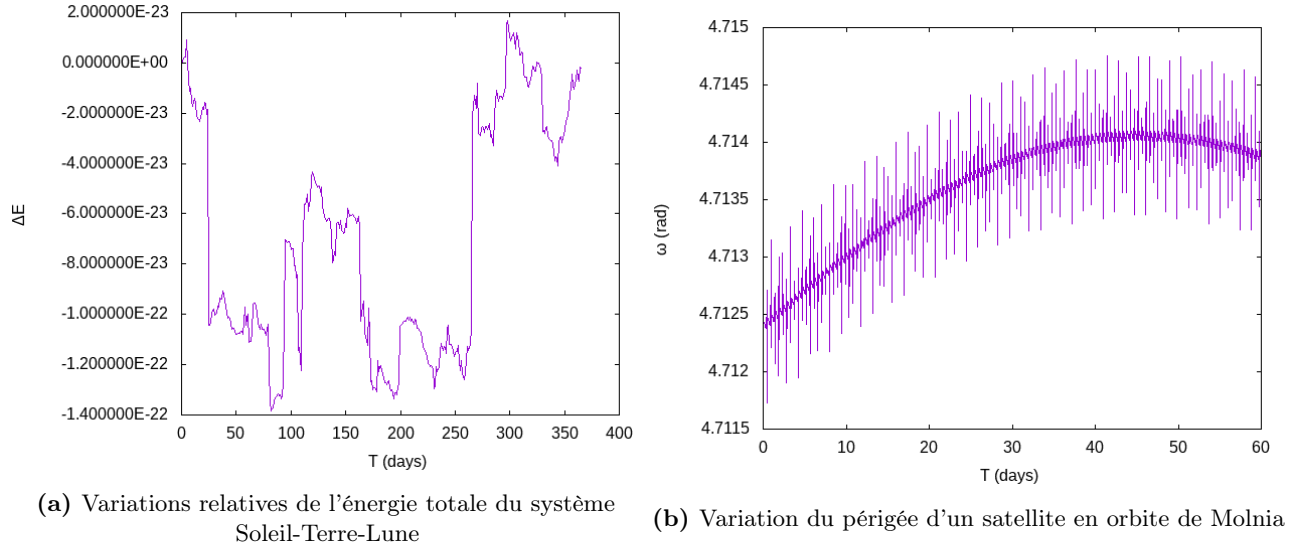
L'avantage de cette formalisation est qu'on sait très bien calculer l'action des opérateurs quantiques usuels sur les harmoniques sphériques [14]. On peut ainsi aisément calculer la force résultant de cette interaction par

$$F_{AB} = \hat{\mathcal{P}}(U_{AB})$$

où  $\hat{\mathcal{P}}$  est l'opérateur gradient. Cependant, la difficulté vient du fait que les coefficients  $Z_{l, m}^*$  sont toujours exprimés dans le référentiel fixé sur le corps considéré, car ils sont constants dans ce référentiel. Pour passer le coefficient  $Z_{l, m}^B$  exprimé dans le référentiel fixe de  $B$  dans le référentiel fixe de  $A$ , il faut introduire les matrices de rotation  $C_A$  et  $C_B$ , où  $C_X$  est la matrice de rotation passant du référentiel fixé au corps  $X$  au référentiel inertiel. La matrice  $C = C_A^T C_B$  permet donc de passer du référentiel fixé au corps  $B$  au référentiel fixé au corps  $A$ .

En effectuant les rotations requises, on peut alors exprimer les coefficients  $Z_{l, m}^B$  dans le repère fixé sur  $A$ . On peut donc ensuite exprimer  $U_{AB}$  dans ce même repère, et donc réaliser l'intégration dans ce repère. Cependant, cela ne peut fonctionner que pour des problèmes à 2 corps. En effet, si on considère trois corps  $A, B, C$ , et qu'on choisit (arbitrairement) de réaliser l'intégration dans le référentiel fixé sur  $A$ , alors il nous faudra exprimer le potentiel  $U_{BC}$  dans ce référentiel, ce qui nécessitera de nombreuses rotations (et accumulera donc les erreurs de calculs). On choisit donc d'intégrer le système dans un repère inertiel quelconque (déterminé par les conditions initiales), et on représente les

<sup>1</sup>C'est à dire le référentiel "tournant" avec  $A$ , tel que tout point de  $A$  est fixe dans ce référentiel



**Figure 1:** Étude de la stabilité de l'intégrateur

coordonnées de chacun des corps dans ce repère. Pour obtenir  $\mathbf{r}_{AB}$  dans le repère de  $A$  il faut donc réaliser l'opération :

$$\mathbf{r}_{AB} = C_A^T(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)$$

De même, après avoir calculé le potentiel  $U_{AB}$  dans le repère de  $A$ , il faut réaliser l'opération

$$U_{AB}^0 = C_A U_{AB}$$

pour obtenir le potentiel exprimé dans le référentiel inertiel  $U_{AB}^0$ .

Notons qu'il est impossible (dans le cas général) de calculer numériquement une somme infinie de termes, comme celles apparaissant dans l'expression du potentiel. On décide donc de tronquer le potentiel à un certain ordre  $l_{max}$  pour chaque corps, ce qui revient à poser  $Z_{l,m} = 0$  pour  $l > l_{max}$ . Enfin, nous avons décidé, dans un souci de simplicité, de forcer la rotation de chacun des corps de telle façon que celle-ci reste constante. Ainsi, chaque corps a un vecteur de rotation  $\Omega_*$  constant, et on met à jour les matrices  $C_*$  à chaque étape de calcul en tenant compte du pas d'intégration  $h$  et du vecteur  $\Omega_*$ .

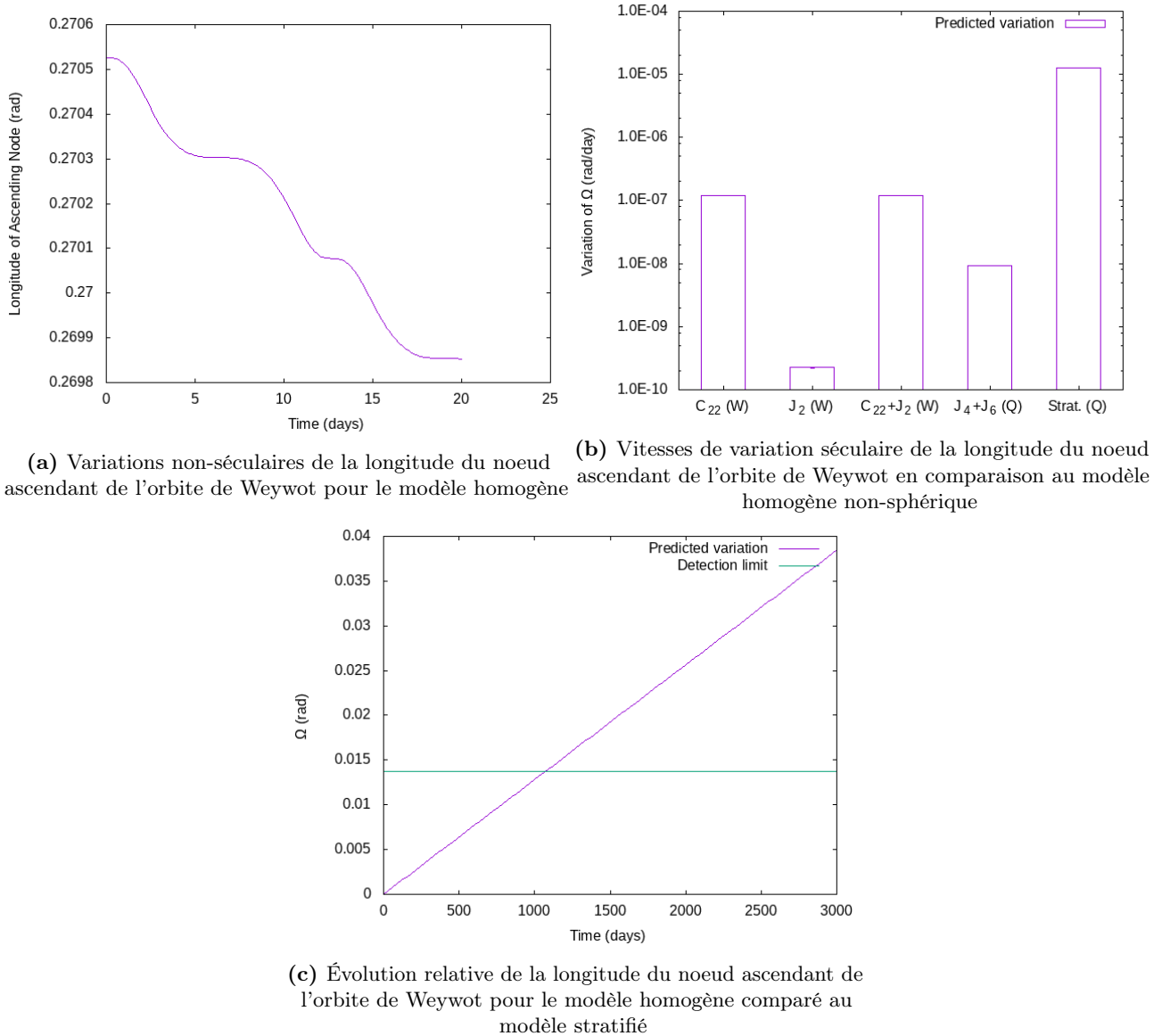
**Validité.** Une fois cette méthode implémentée, il est primordial de trouver et d'établir des tests permettant de vérifier sa validité. Nous nous intéressons dans un premier temps au problème à  $N$  corps ponctuels, en intégrant immédiatement le potentiel  $U_{AB} = -\frac{GM_A M_B}{r_{AB}}$ . Un moyen efficace de tester la stabilité de l'intégrateur est de réaliser un test dit "aller-retour", qui consiste à intégrer le système dans un sens puis dans le sens inverse en inversant les vitesses, et de vérifier que le système revient bien à son état d'origine. En réalisant ce test sur le système à trois corps Soleil-Terre-Lune, on obtient une erreur relative sur la position des astres de l'ordre de  $3 \times 10^{-13}$  pour 3650 pas d'intégration, ce qui correspond

à une erreur de l'ordre de  $10^{-16}$  par pas d'intégration. Ceci correspond à l'ordre de grandeur de la précision machine, ce qui montre la stabilité de l'intégration. Il est aussi possible de vérifier que l'énergie et le moment cinétique total du système restent constants. On a donc représenté en Figure 1a les variations relatives de l'énergie totale du système au cours du temps. Encore une fois, les variations sont de l'ordre de la précision machine ce qui montre la stabilité de l'intégrateur.

On s'intéresse ensuite à l'intégration du problème à  $N$  corps non sphériques. Le système étant isolé et sans dissipation, son énergie totale devrait être constante. Malheureusement, nous avons décidé de fixer la vitesse de rotation des corps (ce qui n'est pas le cas dans la réalité) et l'énergie globale du système n'est donc plus constante. Nous devons donc trouver d'autres tests permettant de s'assurer de la validité de notre simulation. Pour cela, on s'intéresse à un système constitué du Soleil, de la Terre et d'un satellite de masse nulle, considéré ponctuel, en orbite basse autour de la Terre (environ 500 km). Ceci permet de négliger le couple exercé par le Soleil sur l'ensemble Terre-Satellite. On sait qu'une orbite peut être décrite entièrement par 6 éléments orbitaux. Parmi ceux-ci, on s'intéresse en particulier à l'inclinaison  $i$  de l'orbite du satellite (qui représente l'angle entre cette orbite et le plan équatorial terrestre) et à son argument du périégée  $\omega$ . En considérant que la Terre est aplatie aux pôles (ce qui correspond à un coefficient  $Z_{2,0} \neq 0$ ), on peut dériver l'existence d'une variation séculaire de  $\omega$  :

$$\Delta\omega \propto Z_{2,0} \left( \frac{5}{4} \sin^2 i - 1 \right)$$

Ainsi, si on se place à une inclinaison correspondant à  $i = \sin^{-1} \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 63.4^\circ$ , la variation séculaire de  $\omega$  due à la non-sphéricité de la Terre est nulle (de telles orbites



**Figure 2:** Etude des variations de la longitude du noeud ascendant de l'orbite de Weywot

sont dites de *Molnia*). On a donc réalisé une simulation d'un satellite en orbite de Molnia autour de la Terre et tracé l'évolution de  $\omega$  sur une durée de 60 jours en Figure 1b. L'évolution séculaire (i.e. moyenne) est faible (de l'ordre de  $10^{-3}$ ) et en tenant compte du fait que l'inclinaison ne reste pas parfaitement constante, ceci est un bon argument en faveur de la validité de notre simulation. Nous avons aussi réalisé d'autres tests tels que des tests aller-retours ou l'intégration d'orbites circulaires, qui ont tous validé notre modèle et son implémentation.

**Quaoar-Weywot.** Après avoir implémenté et vérifié notre intégrateur, nous avons pu l'appliquer à la simulation de systèmes binaires d'objets trans-Neptuniens. En particulier, nous nous sommes intéressés au système binaire Quaoar-Weywot, pour lequel il existe déjà de

nombreuses observations. Notre connaissance du système solaire et des TNO qui le composent nous amène à faire l'hypothèse que Quaoar et Weywot sont majoritairement constitués de silicates et/ou de glace. Les proportions de ces deux constituants dans les TNO sont cependant inconnues.

En revanche, si il n'est pas directement possible de connaître la composition de ces TNO, les observations directes nous permettent de restreindre la masse et le rayon de Quaoar dans un certain intervalle. Connaissant ces intervalles de masses et de rayons, ainsi que la densité moyenne des constituants possibles (environ  $3000 \text{ kg/m}^3$  pour les silicates et  $920 \text{ kg/m}^3$  pour la glace), nous pouvons distinguer plusieurs modèles possibles pour Quaoar. Dans le cadre de ce stage, nous avons considéré un modèle dit *homogène* (H), où la glace et les silicates sont répartis de manière homogène;

et un modèle dit *stratifié* (S), constitué d'une couche de silicate recouverte d'une couche de glace. La répartition de matière et de densité étant différente dans ces deux modèles, la figure d'équilibre —et donc l'aplatissement— de Quaoar seront aussi différents selon le modèle considéré. Des considérations géophysiques nous permettent ainsi de déduire les valeurs des coefficients  $Z_{2n,0}$  de Quaoar pour chaque modèle. Des considérations similaires nous permettent de déduire des coefficients  $Z_{2,0}$  et  $Z_{2,2}$  possibles<sup>2</sup> pour Weywot.

On cherche alors à savoir si, à partir de ces coefficients, il est possible de trouver une signature détectable qui permettrait de distinguer ces différents modèles par des observations. Après avoir étudié les différents paramètres orbitaux de Quaoar et de Weywot, nous avons décidé de nous intéresser en particulier à la *longitude du noeud ascendant* de l'orbite de Weywot (autour de Quaoar), notée  $\Omega$ , car c'est ce paramètre qui nous semblait être le plus influencé par la forme de Quaoar. Cette valeur est l'angle permettant de repérer le *noeud ascendant* d'une orbite, qui correspond au point où l'orbite croise le plan de référence (l'écliptique ou le plan équatorial du corps parent) en passant du pôle sud au pôle nord. Si on trace la variation de  $\Omega$  en fonction du temps pour un modèle donné (ici le modèle homogène) sur une courte période, on remarque des oscillations rapides (d'une période de quelques jours) comme présenté en Figure 2a. Cependant, si on trace la différence  $\Omega_A - \Omega_B$  pour deux modèles  $A$  et  $B$  donnés, on observe des variations à plus long terme, appelées variations séculaires, comme présentées en Figure 2c. Sur cette figure, on a représenté la différence entre les valeurs de  $\Omega$  pour le modèle stratifié et le modèle homogène, ainsi que l'ordre de grandeur de la limite de détection avec les moyens actuels (environ  $0.8^\circ$ ). On remarque que des observations d'une durée de l'ordre de 3 ans permettraient de discriminer entre les deux modèles considérés.

Cependant, pour s'assurer que cette variation est vraiment détectable et ne risque pas d'être "noyée" dans du bruit lié aux autres paramètres, nous avons comparé d'autres modèles au modèle homogène. Ainsi, en Figure 2b, nous avons tracé la vitesse moyenne de la variation séculaire de  $\Omega_A - \Omega_H$  pour différents modèles  $A$  où  $\Omega_H$  correspond aux valeurs obtenues pour le modèle homogène. Les modèles indiqués par (W) sont obtenus en ne considérant que certains coefficients comme étant non-nuls pour Weywot (par exemple,  $C_{22}$  (W) correspond à  $Z_{2,2} = 0$ ). Le modèle  $J_4 + J_6$  (Q) est obtenu en ne considérant que  $Z_{2,0} \neq 0$  pour Quaoar, c'est à dire en négligeant les ordres supérieurs d'harmoniques sphériques. On remarque alors que la variation due au modèle stratifié est supérieure à la variation induite par les autres modèles d'au moins deux ordres de magnitude, ce qui tend à confirmer sa détectabilité.

<sup>2</sup>la présence d'un terme couplé en  $Z_{2,2}$  est due à l'hypothèse que Weywot est en résonance spin-orbite

## 4 Conclusion

**Résultats.** D'un point de vue pratique, le code développé pendant ce stage fait plus de 2600 lignes (en Fortran 95), et contient 18 jeux de données initiales, qui ont été comparées deux à deux. Le code développé semble numériquement stable, et les simulations effectuées sont en accord avec les observations, si l'on tient compte des hypothèses de travail (comme la rotation forcée des corps étudiés). En particulier, on a pu vérifier des résultats importants comme le fait que la variation moyenne due à l'aplatissement de la Terre de l'argument du périégée d'un satellite en orbite de Molnia (incliné à  $63.4^\circ$ ) est nulle.

On a ensuite pu s'intéresser plus précisément au système binaire Quaoar-Weywot, en y ajoutant l'influence du Soleil (ce qui n'aurait pas été possible dans un code ne traitant que deux corps). En considérant différents jeux de données initiales et de compositions pour ces TNO, on a pu en déduire que les variations de la longitude du noeud ascendant de l'orbite de Weywot autour de Quaoar pourraient être d'un ordre de grandeur suffisant pour être détectées avec nos moyens actuels. Ainsi, il serait possible de remonter à la valeur de l'aplatissement de Quaoar et donc à sa composition interne.

**Travaux futurs.** Dans un souci de temps et de simplicité, tous ces travaux ont été réalisés sous certaines hypothèses plus ou moins restrictives. En particulier, comme avancé dans [7], on a supposé que Weywot était en rotation synchrone. De plus, nous avons forcé la rotation de chacun des corps afin que celle-ci reste constante, ce qui n'est pas le cas dans la réalité. Il serait donc intéressant d'améliorer le code pour prendre en compte les effets de marées et le couple sur la rotation des corps étudiés, afin de vérifier les hypothèses de travail.

Plus directement, on pourrait ajouter progressivement d'autres corps au problème pour étudier les perturbations qu'ils provoquent, comme Neptune par exemple. On pourrait aussi assez facilement étudier l'influence de l'aplatissement du soleil (si il existe) sur les orbites des planètes du système solaire, ou étudier le système composé de Pluton et ses lunes.

**Conclusion personnelle.** D'un point de vue plus personnel, ce stage aura été l'occasion pour moi de découvrir de nouveaux domaines et des méthodes qui m'étaient jusque là inconnues. De par mon cursus un peu particulier (Master 2 d'informatique puis licence Phytem), j'ai déjà eu plusieurs fois l'occasion par le passé de réaliser des travaux de recherche. Cependant, les méthodes et outils utilisés ainsi que les problèmes rencontrés en informatique et en physique sont fondamentalement différents, sans pour autant n'avoir aucun lien.

En recherche, il est, selon moi, important d'être capable d'adopter différents points de vue sur un même problème; la solution à un problème difficile ne peut parfois être trouvée qu'en changeant radicalement de perspective. Ce stage —ainsi que, plus globalement, cette année de licence— m'a permis de découvrir de nouvelles manières d'aborder et de résoudre un problème, qui me seront incontestablement utiles dans ma carrière de chercheur.

D'un point de vue plus technique, ce stage m'aura fait réaliser à quel point certains problèmes rencontrés par les physiciens dans leurs simulations numériques sont proches d'autres problèmes rencontrés en informatique. Les erreurs numériques, le *comportement* d'un langage, l'exploitation des données sont tant de problèmes parfois trop négligés par la recherche en informatique et sont pourtant fondamentaux à l'étude du monde qui nous entoure. Ainsi, encore une fois, ce stage aura sans aucun doute une influence sur l'orientation de mes recherches à venir.

**Remerciements.** Je tiens à remercier en premier lieu Nicolas Rambaux, qui a encadré ce stage et a toujours été d'une aide précieuse dès lors que cela était nécessaire. Merci à Samuel Barnier, mon collègue de bureau, pour les discussions que nous avons eu qui ont permis de faire avancer les problèmes rencontrés. Et merci à toute l'équipe d'enseignement de la L3 Phytem et à l'ENS Paris-Saclay en général pour m'avoir permis de réaliser cette année et ce stage.

## References

- [1] List of Transneptunian Objects. <http://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/TNOs.html>. Accessed: 2017-06-20.
- [2] Serveur d'éphémérides de l'IMCCE. <http://vo.imcce.fr/webservices/miriade/?forms>. Accessed: 2017-06-24.
- [3] Gwenaél Boué. The two rigid body interaction using angular momentum theory formulae. *arXiv preprint arXiv:1612.02556*, 2016.
- [4] F Braga-Ribas, B Sicardy, JL Ortiz, E Lellouch, G Tancredi, J Lecacheux, R Vieira-Martins, JIB Camargo, M Assafin, R Behrend, et al. The size, shape, albedo, density, and atmospheric limit of transneptunian object (50000) quaoar from multi-chord stellar occultations. *The Astrophysical Journal*, 773(1):26, 2013.
- [5] Audrey Compère et al. *Stabilité des astéroïdes multiples*. PhD thesis, FUNDP, 2014.
- [6] William M Folkner, James G Williams, Dale H Boggs, Ryan S Park, and Petr Kuchynka. The planetary and lunar ephemerides de430 and de431. *Interplanet. Netw. Prog. Rep.*, 196:C1, 2014.
- [7] Wesley C Fraser, Konstantin Batygin, Michael E Brown, and Antonin Bouchez. The mass, orbit, and tidal evolution of the Quaoar–Weywot system. *Icarus*, 222(1):357–363, 2013.
- [8] Andrzej J Maciejewski. Reduction, relative equilibria and potential in the two rigid bodies problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 63(1):1–28, 1995.
- [9] Hervé Manche. *Élaboration de l'Éphéméride INPOP: modèle dynamique et ajustements aux données de télémétrie laser Lune*. PhD thesis, Observatoire de Paris, 2011.
- [10] Jean-Luc Margot, Petr Pravec, Patrick Taylor, Benoît Carry, and Seth Jacobson. Asteroid systems: binaries, triples, and pairs. *Asteroids IV. University of Arizona, Tucson*, pages 355–374, 2015.
- [11] Carl D Murray and Stanley F Dermott. *Solar system dynamics*. Cambridge University Press, 1999.
- [12] William H Press, Brian P Flannery, Saul A Teukolsky, William T Vetterling, et al. *Numerical recipes*, volume 3. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [13] N Rambaux, F Chambat, and JC Castillo-Rogez. Third-order development of shape, gravity, and moment of inertia for highly flattened celestial bodies. application to ceres. *Astronomy & Astrophysics*, 584:A127, 2015.
- [14] Dmitriï Aleksandrovich Varshalovich, Anatolij Nikolaevič Moskalév, and Valerii Kel'manovich Khersonskii. *Quantum theory of angular momentum*. World scientific, 1988.